ΟΙ ΛΥΣΕΙΣ ΤΩΝ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ Α

Α1. (γ)

Α2. (δ)

Α3. (α)

Α4. (δ)

Α5.

α) Λάθος

β) Σωστό

γ) Λάθος

δ) Σωστό

ε) Λάθος

ΘΕΜΑ Β

Β1. Σωστή απάντηση το (i)

Από Πυθαγόρειο θεώρημα παίρνουμε:

$$d_2 = \sqrt{4\lambda_1^2 + \frac{9\lambda_1^2}{4}} \Leftrightarrow d_2 = \sqrt{\frac{16\lambda_1^2}{4} + \frac{9\lambda_1^2}{4}} \Leftrightarrow d_2 = \sqrt{\frac{25\lambda_1^2}{4}} \Leftrightarrow d_2 = \frac{5\lambda_1}{2}$$

Όμως, $f_1 = 2\,f_2$ οπότε:
$u = \lambda f \Leftrightarrow f = \frac{u}{\lambda} \Leftrightarrow f_1 = \frac{u}{\lambda_1}$ (1) και $f_2 = \frac{u}{\lambda_2}$ (2)

Από τις (1) και (2) παίρνουμε:
$f_1 = 2f_2 \Leftrightarrow \frac{u}{\lambda_1} = 2\frac{u}{\lambda_2} \Leftrightarrow \lambda_1 = 2\lambda_2$

Οπότε, $d_1 = 2\lambda_1 \Leftrightarrow d_1 = 4\lambda_2$ και $d_2 = \frac{5\lambda_1}{2} \Leftrightarrow d_2 = 5\lambda_2$

Άρα: $|d_1 - d_2| = |4\lambda_2 - 5\lambda_2| = |-\lambda_2| = \lambda_2$
Δηλαδή είναι της μορφής $|d_1 - d_2| = N\lambda_2$ με $N = 1$

Άρα το σημείο Σ είναι σημείο ενισχυτικής συμβολής.

Β2. **Σωστή απάντηση το (iii)**

Στο σύστημα έχουμε ότι:

$\Sigma\tau_{\varepsilon\xi} = 0$ άρα L = σταθερό δηλαδή η στροφορμή διατηρείται
$m\omega_1 R_1^2 = m\omega_2 R_2^2 \Leftrightarrow m\omega_1 R^2 = m\omega_2 \frac{R^2}{4} \Leftrightarrow \omega_2 = 4\omega_1$

Η μόνη δύναμη που εκτελεί έργο είναι η δύναμη F. Από Θ.Μ.Κ.Ε. παίρνουμε:

$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_F \Leftrightarrow W_F = \frac{1}{2} m u_{\gamma\rho 1}^2 - \frac{1}{2} m u_{\gamma\rho 2}^2 \Leftrightarrow W_F = \frac{1}{2} m \cdot \omega_2^2 \cdot R_2^2 - \frac{1}{2} m \cdot \omega_1^2 \cdot R_1^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow W_F = \frac{1}{2} m \cdot 16\omega^2 \cdot \frac{R^2}{4} - \frac{1}{2} m \cdot \omega^2 \cdot R^2 \Leftrightarrow W_F = \frac{3}{2} m\omega^2 R^2$

Β3. Σωστή απάντηση το (i)

Από την εξίσωση συνέχειας παίρνουμε:
$A_\Gamma u_\Gamma = A_\Delta u_\Delta \Leftrightarrow 2 A_\Delta u_\Gamma = A_\Delta u_\Delta \Leftrightarrow u_\Delta = 2u_\Gamma$

Το βεληνεκές είναι: $S = 4h = u_\Delta \sqrt{\frac{2h}{g}} \Leftrightarrow 16h^2 = u_\Delta^2 \cdot \frac{2h}{g} \Leftrightarrow 8hg = u_\Delta^2 \Leftrightarrow h = \frac{u_\Delta^2}{8g} \Leftrightarrow h = \frac{u_\Gamma^2}{2}$

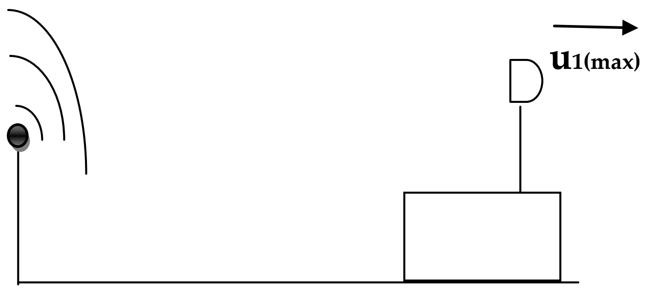
Εφαρμόζοντας την εξίσωση του Bernoulli παίρνουμε:
$P_\Gamma + \frac{1}{2}\rho u_\Gamma^2 = P_\Delta + \frac{1}{2}\rho u_\Delta^2 + \rho g h \Leftrightarrow P_\Gamma - P_\Delta = \frac{1}{2}\rho u_\Delta^2 + \rho g h - \frac{1}{2}\rho u_\Gamma^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow P_\Gamma - P_\Delta = \frac{1}{2}\rho 2u_\Gamma^2 - \frac{1}{2}\rho u_\Gamma^2 + \frac{\rho g u_\Gamma^2}{2g} \Leftrightarrow P_\Gamma - P_\Delta = 2\rho u_\Gamma^2$

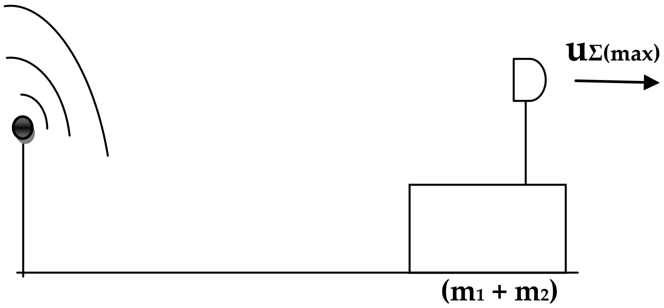
<u>ΘΕΜΑ Γ</u>

Γ1. Πριν από την κρούση, η ταχύτητα του σώματος 1 είναι η μέγιστη και ίση με $u_{1(max)}$

Έχουμε ότι:



$f_1 = \frac{u_{\eta\chi} - u_{1(max)}}{u_{\eta\chi}} \cdot f_s \Leftrightarrow f_1 = \frac{u_{\eta\chi} - \omega_1 \cdot \Delta l}{u_{\eta\chi}} \cdot f_s \Leftrightarrow f_1 = \frac{340 - \sqrt{\frac{50}{2}} \cdot 0{,}4}{340} \cdot f_s \Leftrightarrow f_1 = \frac{338}{340} \cdot f_s$



Από Α.Δ.Ο. για τη πλαστική κρούση, παίρνουμε:

$m_1 u_{1(max)} = (m_1 + m_2) u_{\Sigma(max)} \Leftrightarrow u_{\Sigma(max)} = 1$ m/s

Άρα: $f_2 = \frac{u_{\eta\chi} - u_{\Sigma(max)}}{u_{\eta\chi}} \cdot f_s \Leftrightarrow f_2 = \frac{340 - 1}{340} \cdot f_s \Leftrightarrow f_2 = \frac{339}{340} \cdot f_s$

Από τον λόγο των δύο συχνοτήτων παίρνουμε:

$\frac{f_1}{f_2} = \frac{\frac{338}{340} \cdot fs}{\frac{339}{340} \cdot fs} \Leftrightarrow \frac{f_1}{f_2} = \frac{338}{339}$

Γ2. Η Θ.Ι. του συσσωματώματος ταυτίζεται με τη θέση φυσικού μήκους των δύο ελατηρίων. Για μία τυχαία θέση όπου η απομάκρυνση από τη Θ.Ι. είναι x, έχουμε:

$\Sigma F = - F_{\varepsilon\lambda(1)} - F_{\varepsilon\lambda(2)} \Leftrightarrow \Sigma F = - kx - kx \Leftrightarrow \Sigma F = - 2kx \Leftrightarrow \Sigma F = - Dx$,

άρα εκτελεί Απλή Αρμονική Ταλάντωση με $D = 2k \Leftrightarrow D = 100$ N/m

Μετά τη κρούση το συσσωμάτωμα ξεκινά από τη Θ.Ι. του, άρα έχει τη μέγιστη ταχύτητά του.

$u_{\Sigma(max)} = \omega \cdot A' \Leftrightarrow A' = \frac{u\Sigma(max)}{\sqrt{\frac{D}{m_1 + m_2}}} \Leftrightarrow A' = 0{,}2$ m

Γ3. Θα πρέπει $f_\Delta = f_s$ και επειδή η πηγή είναι ακίνητη ($u_s = 0$) έχουμε ότι $u_\Delta = 0$.

Η ταχύτητα όμωςτου ταλαντωτή, μηδενίζεται για πρώτη φορά όταν φτάσει στη θέση μέγιστης απομάκρυνσης. Οπότε σε χρόνο:

$\Delta t = \frac{T}{4} \Leftrightarrow \Delta t = \frac{2\pi \cdot \sqrt{\frac{m_1 + m_1}{2k}}}{4} \Leftrightarrow \Delta t = \frac{\pi}{2} \cdot \sqrt{\frac{4}{100}} \Leftrightarrow \Delta t = \frac{\pi}{10}$ s

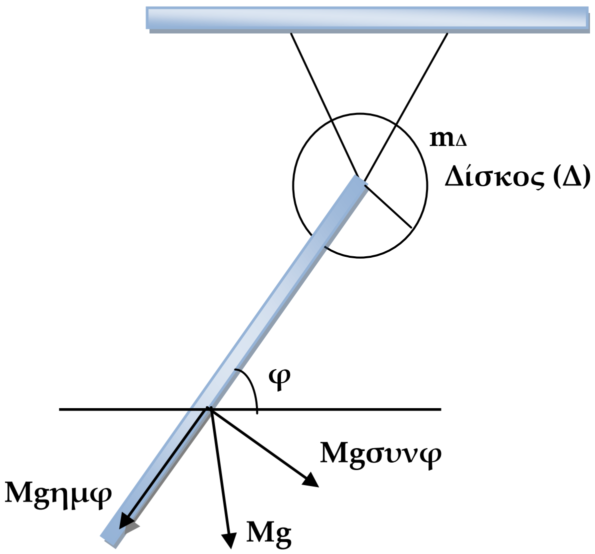
Γ4. $\left|\frac{dp}{dt}\right|_{max} = |\Sigma F|_{max} \Leftrightarrow \left|\frac{dp}{dt}\right|_{max} = D \cdot A' \Leftrightarrow \left|\frac{dp}{dt}\right|_{max} = 2kA' \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \left|\frac{dp}{dt}\right|_{max} = 100\ N/m \cdot 0{,}2\ m \Leftrightarrow \left|\frac{dp}{dt}\right|_{max} = 20\ N$

<u>ΘΕΜΑ Δ</u>

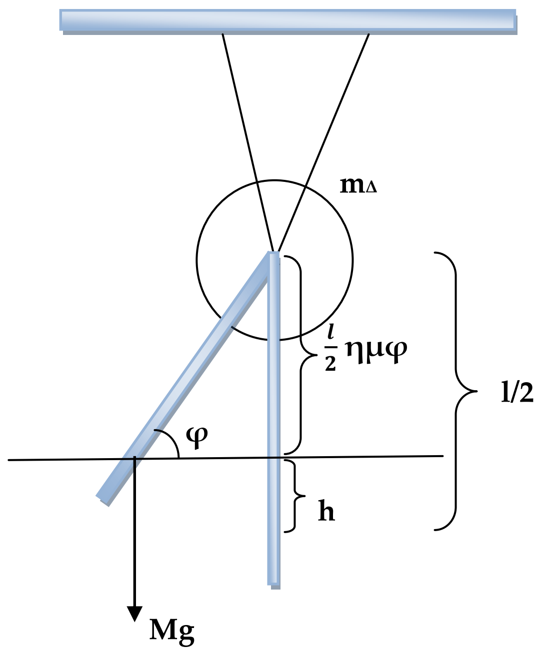
Δ1. $I = I_\Delta + I_P \Leftrightarrow I = \frac{1}{2}\, m_\Delta R_\Delta^2 + (\frac{1}{12}Ml^2 + \frac{Ml^2}{4}) \Leftrightarrow I = 25\ Kg{\cdot}m^2$

Δ2.



$\left|\frac{dL}{dt}\right| = |\Sigma\tau| = |\tau_w| = Mg\text{συνφ} \cdot \frac{l}{2} = 72\ N \cdot m$

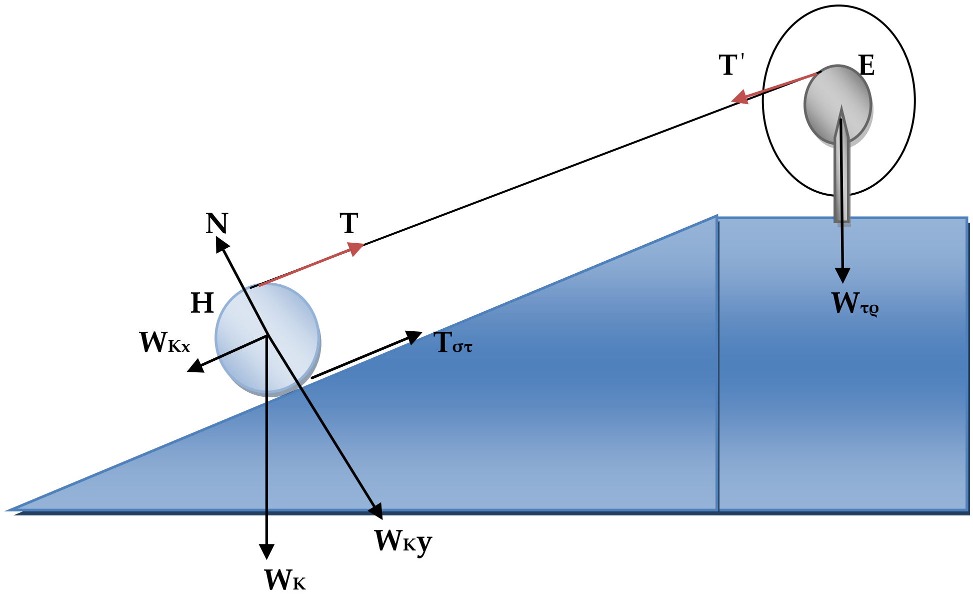
Δ3.



Στο σύστημα ράβδος – δίσκος, έργο παράγει μόνο το βάρος της ράβδου. Εφαρμόζοντας το Θ.Μ.Κ.Ε. από την αρχική μέχρι τη κατακόρυφη θέση της ράβδου, παίρνουμε:

$\Delta K = W_{ολ} \Leftrightarrow K_{τελ} - K_{αρχ} = W_W \Leftrightarrow K_{τελ} = Mgh = Mg(\frac{l}{2} - \frac{l}{2}ημφ) = 24\ J$

Δ4.



Το νήμα (2) δεν ολισθαίνει στην τροχαλία, οπότε:
$dS_E = dS_H$, $u_E = u_H$ και $\alpha_E = \alpha_H$
Ο κύλινδρος κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει. Οπότε:

$dS_{cm} = R \cdot d\theta_K$, $u_{cm} = R \cdot \omega_K$ και $\alpha_{cm} = R \cdot \alpha_{γK}$

Επειδή το Η είναι το ανώτερο σημείο του κυλίνδρου, παίρνουμε $\alpha_H = 2\alpha_{cm}$

Εφαρμόζοντας τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής για τη μεταφορική και την περιστροφική κίνηση του κυλίνδρου, παίρνουμε:

- $\Sigma F = m \cdot \alpha_{cm} \Leftrightarrow mg \cdot ημφ - T - T_{στ} = m \cdot \alpha_{cm}$ (1)
- $\Sigma\tau = I_{cm(K)} \cdot \alpha_{γK} \Leftrightarrow -TR + T_{στ} \cdot R = \frac{1}{2}mR^2 \cdot \alpha_{γK} \Leftrightarrow T_{στ} - T = \frac{1}{2}m\alpha_{cm}$ (2)

Προσθέτοντας τις σχέσεις (1) και (2) κατά μέλη, προκύπτει:

$mg \cdot ημφ - 2T = \frac{3}{2}\ m\alpha_{cm(K)}$ (3)

Εφαρμόζοντας το θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής στη τροχαλία, παίρνουμε:

$\Sigma\tau = I_{cm(τρ)} \cdot \alpha_{γ(τρ)} \Leftrightarrow T' \cdot R = I_{cm(τρ)} \cdot \alpha_{γ(τρ)}$ (4)

Το νήμα είναι αβαρές και μη εκτατό, οπότε: $T = T'$ (5)

Από τη σύνδεση των σημείων Ε και Η έχουμε:

$\alpha_H = \alpha_E \Leftrightarrow 2\alpha_{cm(K)} = \alpha_{\gamma(\tau\varrho)} \cdot R \Leftrightarrow \alpha_{\gamma(\tau\varrho)} = \frac{2\alpha_{cm(K)}}{R}$ (6)

Η σχέση (4) μέσω των (5) και (6) γίνεται:

$T \cdot R = I_{cm(\tau\varrho)} \cdot \frac{2\alpha_{cm(K)}}{R} \Leftrightarrow T = I_{cm(\tau\varrho)} \cdot \frac{2\alpha_{cm(K)}}{R^2}$ (7)

Η σχέση (3) μέσω της σχέσης (7) γίνεται:

$mg \cdot \eta\mu\varphi - 2 \cdot I_{cm(\tau\varrho)} \cdot \frac{2\alpha_{cm(K)}}{R^2} = \frac{3}{2} m\alpha_{cm(K)} \Leftrightarrow mg \cdot \eta\mu\varphi = \alpha_{cm(K)} \cdot \left(\frac{4I_{cm(\tau\rho)}}{R^2} + \frac{3}{2} m\right) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \alpha_{cm} = 1\ m/s^2$

Όμως, το κέντρο μάζας του κυλίνδρου εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση. Οπότε:

$S = \frac{1}{2}\alpha_{cm(K)} \cdot t_1^2 \Leftrightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2s}{\alpha_{cm(K)}}} = 2\ sec$

$u_{cm(K)} = \alpha_{cm(K)} \cdot t_1 \Leftrightarrow u_{cm(K)} = 1\ m/s^2 \cdot 2\ s = 2\ m/s$

Βαγγέλης Γεωργακάκης
Φυσικός